

REZUMATUL

activității și a rezultatelor obținute în proiectul

“Mișcările aleatoare cu viteză finită și aplicarea lor pentru modelarea proceselor

de difuzie în spațiile Euclid” în anul 2024

Cifrul proiectului: 24.80012.5007.25SE

Pentru anul 2024:

În cadrul proiectului, a fost studiată mișcarea aleatorie simetrică cu viteză finită în spațiul Euclid de dimensiune arbitrară, care este un model matematic al proceselor de transport cu viteză finită, care apar în diverse domenii ale științei și tehnologiei. Scopul principal al studiului este caracteristicile atât de importante ale procesului, cum ar fi funcția sa caracteristică și funcția momentelor. Pe parcursul proiectului au fost utilizate diverse metode matematice de cercetare, precum transformări integrale, analiză stocastică, funcții speciale și hipergeometrice, funcțiile variabilei complexe, precum și metodele fizicii statistice.

Principalele rezultate obținute în urma cercetării sunt funcția caracteristică a procesului, prezentată sub forma unei serii în funcții Bessel și sub forma unei serii în puteri ale variabilei timp t . Coeficienții acestor serii sunt dați de relațiile de recurență corespunzătoare, precum și de determinanți de tip special.

Un alt rezultat important al studiului este derivarea primei și a doilea funcției momentelor pentru mișcarea aleatoare tridimensională. Se dovedește că prima funcția momentelor, care corespunde multi-indexului $(1,1,1)$, este identic egală cu zero, iar pentru a doua funcția momentelor, care corespunde multi-indexului $(2,2,2)$, se obține o formulă asimptotică a cărei eroare are ordinul $o(t^7)$. Aceasta înseamnă că formula asimptotică rezultată oferă o aproximare foarte bună pentru a doilea funcției momentelor, mai ales pentru valori nu foarte mari ale variabilei de timp t .

Pentru cazuri speciale de funcții momentelor, care corespund multi-indicilor $(2,0,0)$, $(0,2,0)$ și $(0,0,2)$, se obține o formulă exactă care, în condiția standard Kac, dă dispersia mișcării Brown omogene tridimensionale cu deviere zero și coeficientul de difuzie calculat explicit.

Pentru cazul m -dimensional al funcției momentelor, care corespunde multi-indexului arbitrar de forma $(0, \dots, 0, 2, 0, \dots, 0)$, se obține o formulă exactă care, în condiția standard Kac, dă dispersia mișcării Brown omogene m -dimensionale cu deviere zero și coeficientul de difuzie calculat explicit, care depinde de dimensiunea spațiului m .

Aceste rezultate au o prioritate absolută, sunt publicate într-o revistă internațională de prestigiu cu un factor de impact ridicat, au fost prezentate la o conferință internațională și au deja un număr mare de citiri și chiar o citare într-un articol al unui autor străin.

Din cele de mai sus rezultă că toate etapele proiectului planificate pentru 2024 **au fost finalizate în totalitate**, au fost obținute toate rezultatele așteptate, publicate într-o revistă internațională de prestigiu și prezentate la o conferință internațională.

For the year 2024:

The project studies the symmetric random motion with finite velocity in the Euclidean space of arbitrary dimensions, which is a mathematical model of finite velocity transport processes that arise in various fields of science and technology. The main purpose of the study is such important characteristics of the process as its characteristic function and the function of moments. During the project, various mathematical research methods were used, such as integral transformations, stochastic analysis, special and hypergeometric functions, functions of the complex variable, as well as methods of statistical physics.

The main results obtained from the research are the characteristic function of the process, presented in the form of a series in Bessel functions and in the form of a series in powers of the time variable t . The coefficients of these series are given by the corresponding recurrence relations, as well as by special type determinants.

Another important result of the study is the derivation of the first and second moment functions for three-dimensional random motion. It is shown that the first moment function, which corresponds to the multi-index $(1,1,1)$, is identically equal to zero, and for the second moment function, which corresponds to the multi-index $(2,2,2)$, an asymptotic formula is obtained whose error is of the order $o(t^7)$. This means that the resulting asymptotic formula provides a very good approximation for the second moment function, especially for not very large values of the time variable t .

For special cases of moment functions, corresponding to the multi-indices $(2,0,0)$, $(0,2,0)$ and $(0,0,2)$, an exact formula is obtained which, under the standard Kac condition, gives the variance of the three-dimensional homogeneous Brownian motion with zero drift and the explicitly calculated diffusion coefficient.

For the m -dimensional case of the moment function, which corresponds to the arbitrary multi-index of the form $(0, \dots, 0, 2, 0, \dots, 0)$, an exact formula is obtained which, under the standard Kac condition, gives the variance of the m -dimensional homogeneous Brownian motion with zero drift and the explicitly calculated diffusion coefficient, which depends on the space dimension m .

These results have absolute priority, are published in a prestigious international journal with a high impact factor, have been presented at an international conference and already have a large number of readings and even a citation in an article by a foreign author.

From the above it follows that all stages of the project planned for 2024 have been fully completed, all expected results have been obtained, published in a prestigious international journal and presented at an international conference.

Conducătorul de proiect:

Dr. hab. Alexander KOLESNIK

Data: 5 decembrie 2024